

Visualisering av Fält

Simon Sigurdhsson, TM2

7 september 2009

1 Visualisering av ett skalärt fält

Det första som bör göras är att beräkna stjärnornas position så att masscentrum ligger i origo. Om man utgår ifrån att $|r_2| = -0.4|r_1|$ och att $|r_1 - r_2| = 7 \cdot 10^8$ meter får man enkelt fram att $r_1 = (-5 \cdot 10^8, 0)$ och $r_2 = (2 \cdot 10^8, 0)$ (alternativt med ombytta tecken), förutsatt att man lägger solarna på x -axeln, vilket klart förenklar delar av ekvationen.

En snabb koll på *Wolfram Alpha* ger värden till våra konstanter: $G = 6.6740 \cdot 10^{-11}$ för gravitationskonstanten och $S = 1.9889 \cdot 10^{30}$ för solmassan. För att förenkla formeln kan man utveckla kryssprodukten för hand och sätta in ω , vilket ger följande:

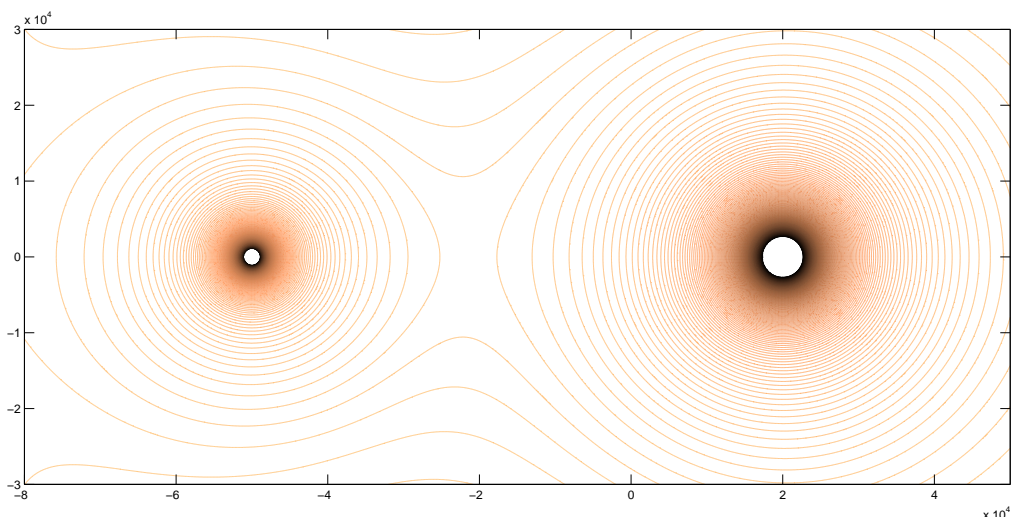
$$\Phi(\tilde{r}) = -\frac{GS}{|\tilde{r} - r_1|} - \frac{0.4 * GS}{|\tilde{r} - r_2|} - \frac{1}{2} \left(\frac{1.4 * GS}{(7 \cdot 10^8)^3} \right) (\tilde{r}_1^2 + \tilde{r}_2^2)$$

Man kan med fördel skala alla längder med en faktor (jag valde rent godtyckligt faktorn 10^{-4}) för att få trevligare (dvs. mindre) tal att jobba med. Man kan även bryta ut och utelämna konstanten GS .

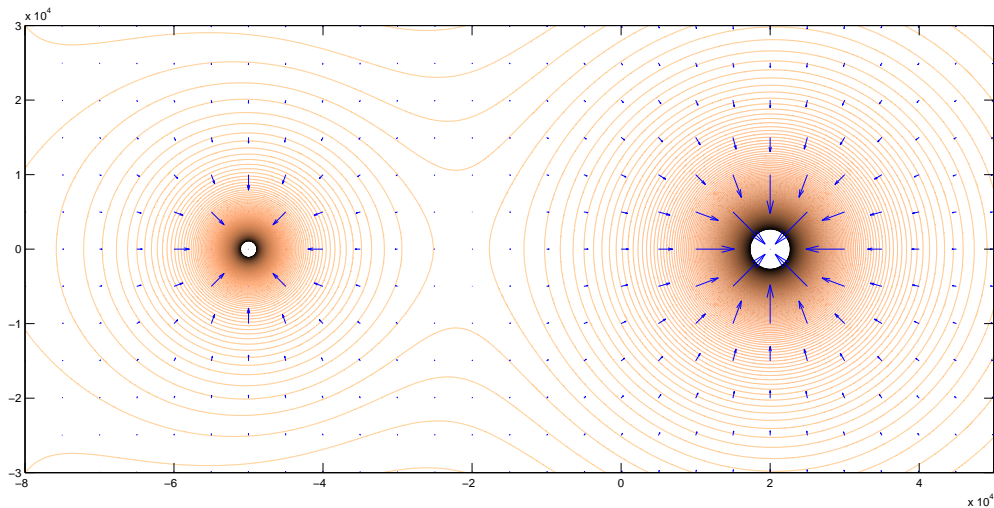
När man sedan kör `contour` och `quiver` bör man få fina visuella fältrepresentationer (s.k. "plottar") liknande de i Figur 1 & 2.

Man kan se i dessa figurer att om densiteten hos stjärnorna minskar (dvs. radien ökar) så kommer stjärnan expandera och anta precis den form som ekvipotentialkurvorna antar – vid större radier kommer stjärnorna att vara smått äggformade, med den "spetsiga" biten riktad mot den andra stjärnan.

Gradienten ger en klar bild av vad som känns uppenbart; den visar hur en partikel skulle påverkas i detta fält. Något man kanske bör tänka på är att punkten där $\nabla\Phi = 0$ (dvs. nära $(-2, 0)$) *inte* är masscentrum.



Figur 1 Så här visar `contour` ekvipotentialkurvorna.



Figur 2 Så här ser det ut när quiver ritar ut gradienten.

2 Visualisering av ett vektorfält

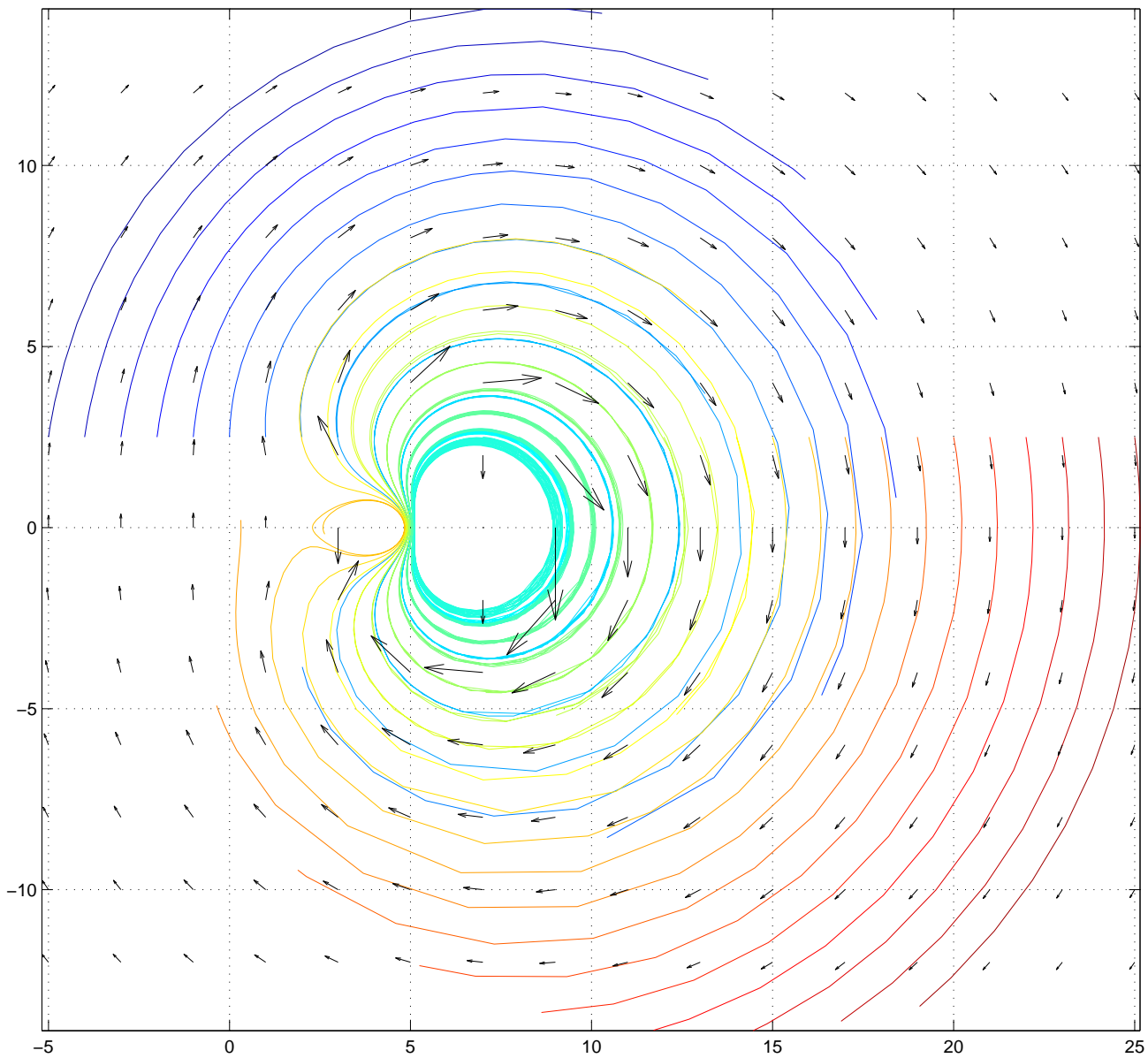
Vektorfält är lite krångligare att visualisera eftersom de inte bara beror på x - och y -koordinat utan även tid och startposition. En bra metod är att för ett visst antal startpositioner rita ut den kurva en partikel hade följt under en viss tid. Man kan även få en bra uppfattning om hur fältet beter sig genom att använda **quiver** för att rita ut fältets riktning i vissa punkter.

Från exemplet har jag valt att först och främst ändra några av de parametrar som föreslogs, för att få ett lite mer intressant virvelsystem. Jag fann att $l_1 = -13$, $l_2 = 8$, $x_1 = 6$ och $x_2 = 4.5$ gav ett väldigt intressant system.

Jag började med att rita ut ett antal kurvor, med startpunkter jämnt spridda från $x = -5$ till $x = 25$, på tidsintervallet $0 \leq t \leq 60$ och alla med samma startvärde i y -led, $y = 2.5$.

Detta gav en mycket fin graf, men för att bättre kunna visualisera fältet valde jag att m.h.a. **quiver** rita upp fältets riktning. Detta görs enkelt genom att istället för partiell derivata (som **quiver** normalt vill ha) använda fältets koordinatfunktioner, v_x och v_y . Detta gav de svarta pilar som syns i Figur 3, och som ger en bra bild av hur fältet egentligen fungerar.

Notera även hur de linjer närmst själva virveln går många varv; detta visar att strömmen är starkare (och därmed går snabbare) nära virveln, eftersom alla linjer är ritade över samma tidsintervall.



Figur 3 Virvlarna plottade med quiver och ode15/plot.